

## 3. Semester – Kompetenzmodul 3

<b>Sicherung der Nachhaltigkeit</b> .....	5	<b>5 Exponential- und Logarithmusfunktionen</b> .....	82
<b>1 Ungleichungen in einer Variablen</b> .....	7	5.1 Exponentialfunktionen .....	82
1.1 Lineare Ungleichungen .....	7	5.1.1 Exponentialfunktionen mit allgemeiner Basis $a$ .....	82
1.2 Ungleichungen mit Fallunterscheidungen ....	12	5.1.2 Die natürliche Exponentialfunktion .....	91
1.2.1 Bruchungleichungen .....	12	5.2 Die Logarithmusfunktion .....	93
1.2.2 Betragsungleichungen .....	15	5.3 Modellierung von Zu- und Abnahme- prozessen .....	95
1.3 Quadratische Ungleichungen .....	16	5.3.1 Lineare Modelle .....	95
Zusammenfassung .....	17	5.3.2 Exponentielle Modelle .....	98
Vermischte Aufgaben zur		5.3.3 Beschränkte Modelle .....	105
Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	18	5.3.4 Logistische Modelle .....	106
Wissens-Check .....	19	Zusammenfassung .....	108
<b>2 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen</b> .....	20	Vermischte Aufgaben zur	
2.1 Rechnen mit Potenzen .....	20	Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	109
2.1.1 Potenzen mit natürlichen Exponenten .....	20	Wissens-Check .....	110
2.1.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten .....	22	<b>6 Winkelfunktionen</b> .....	112
2.1.3 Potenzen von Binomen .....	25	6.1 Darstellung der Winkelfunktionen .....	112
2.1.4 Potenzen mit rationalen Exponenten .....	26	6.1.1 Das Bogenmaß .....	112
2.1.5 Potenzen mit reellen Exponenten .....	29	6.1.2 Winkelfunktionen für Winkel über $360^\circ$ ....	114
2.2 Logarithmen .....	30	6.1.3 Graph und Eigenschaften der Winkelfunktionen .....	115
2.2.1 Logarithmen und einfache Exponential- gleichungen .....	30	6.2 Die allgemeine Sinusfunktion .....	119
2.2.2 Rechenregeln für Logarithmen .....	31	6.2.1 Die Parameter der allgemeinen Funktionsgleichung .....	119
Zusammenfassung .....	33	6.2.2 Harmonische Schwingungen .....	122
Vermischte Aufgaben zur		Zusammenfassung .....	124
Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	34	Vermischte Aufgaben zur	
Wissens-Check .....	36	Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	125
<b>3 Reelle Funktionen</b> .....	38	Wissens-Check .....	127
3.1 Definition und allgemeine Eigenschaften reeller Funktionen .....	38	<b>7 Ergänzungen zu Funktionen</b> .....	128
3.1.1 Monotonie .....	38	7.1 Der allgemeine Funktionsbegriff .....	128
3.1.2 Globale Extremstellen .....	41	7.1.1 Verallgemeinerung des Funktionsbegriffs .	128
3.1.3 Lokale Extremstellen .....	44	7.1.2 Injektive, surjektive und bijektive Funktionen .....	130
3.1.4 Symmetrie .....	46	7.2 Verkettung von Funktionen .....	132
3.1.5 Periodizität .....	49	7.3 Funktionen in mehreren Variablen .....	136
3.2 Die Änderungsmaße .....	51	7.4 Funktionale Aspekte von Formeln .....	138
3.3 Umkehrfunktionen .....	54	Zusammenfassung .....	140
Zusammenfassung .....	57	Vermischte Aufgaben zur	
Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	58	Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	141
Wissens-Check .....	60	Wissens-Check .....	142
<b>4 Potenz- und Polynomfunktionen</b> .....	62	<b>8 Folgen</b> .....	144
4.1 Potenzfunktionen mit positiven ganzzahligen Exponenten .....	62	8.1 Definition und Darstellung der Folge .....	144
4.2 Potenzfunktionen mit negativen ganzzahligen Exponenten .....	65	8.1.1 Darstellung der Folge als Funktion .....	144
4.3 Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten .....	69	8.1.2 Die rekursive Darstellung der Folge .....	146
4.3.1 Eigenschaften der Wurfelfunktion .....	69	8.2 Eigenschaften von Folgen .....	148
4.3.2 Lösen von Gleichungen mit Wurzeltermen ....	71	8.2.1 Konstante, positive, negative und alternierende Folgen .....	148
4.4 Polynomfunktionen .....	73	8.2.2 Beschränkte Folgen .....	149
4.4.1 Definition und Eigenschaften der Polynomfunktion .....	73	8.2.3 Monotone Folgen .....	150
4.4.2 Die Koeffizienten der Polynomfunktion .....	75	8.2.4 Grenzwert von Folgen .....	152
Zusammenfassung .....	77	8.3 Spezielle Folgen .....	155
Vermischte Aufgaben zur		8.3.1 Arithmetische Folge als Spezialfall linearer Funktionen .....	155
Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	78	8.3.2 Arithmetische Folgen im Geldwesen .....	157
Wissens-Check .....	80	8.3.3 Geometrische Folge als Spezialfall von Exponentialfunktionen .....	159

# Inhaltsverzeichnis

8.3.4	Geometrische Folgen im Geldwesen .....	161
	Zusammenfassung .....	163
	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	164

Wissens-Check .....	165
---------------------	-----

## 4. Semester – Kompetenzmodul 4

<b>Sicherung der Nachhaltigkeit .....</b>	<b>166</b>
<b>9 Reihen .....</b>	<b>168</b>
9.1 Die Reihe als Summe der Glieder einer Folge.....	168
9.1.1 Summenformel der arithmetischen Reihe...	169
9.1.2 Summenformel der geometrischen Reihe ..	171
9.2 Unendliche Reihen .....	173
9.3 Geometrische Reihen im Geldwesen .....	175
Zusammenfassung .....	179
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	180
Wissens-Check .....	181
<b>10 Vektoren .....</b>	<b>182</b>
10.1 Vektoren in $\mathbb{R}^3$ .....	182
10.1.1 Darstellung und Eigenschaften eines Vektors in $\mathbb{R}^3$ .....	182
10.1.2 Rechenoperationen und Anwendungen in $\mathbb{R}^3$ .....	185
10.1.3 Skalarprodukt und Winkelmaß in $\mathbb{R}^3$ .....	188
10.2 Normalvektoren in $\mathbb{R}^3$ .....	190
10.2.1 Das vektorielle Produkt .....	190
10.2.2 Flächeninhalt und Volumen .....	192
10.3 Vektoren in $\mathbb{R}^n$ .....	195
Zusammenfassung .....	196
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	198
Wissens-Check .....	199
<b>11 Analytische Geometrie im Raum .....</b>	<b>200</b>
11.1 Geraden im Raum .....	200
11.1.1 Parameterdarstellung einer Geraden in $\mathbb{R}^3$	200
11.1.2 Gegenseitige Lage von zwei Geraden in $\mathbb{R}^3$	202
11.2 Beschreibung von Ebenen im Raum .....	205
11.2.1 Parameterdarstellung einer Ebene in $\mathbb{R}^3$ ...	205
11.2.2 Normalvektordarstellung einer Ebene in $\mathbb{R}^3$ .....	206
11.3 Lagebeziehungen von Ebenen in $\mathbb{R}^3$ .....	208
11.3.1 Lagebeziehungen von Gerade und Ebene .	208
11.3.2 Lagebeziehungen von zwei Ebenen in $\mathbb{R}^3$ ..	208
11.3.3 Lagebeziehungen von drei Ebenen in $\mathbb{R}^3$ ...	212
11.4 Abstandsbeziehungen in $\mathbb{R}^3$ .....	215
11.4.1 Abstand eines Punkts von einer Ebene ....	215
11.4.2 Abstand einer Ebene von einer parallelen Geraden .....	216
11.4.3 Abstand zweier paralleler Ebenen .....	216
11.4.4 Abstand eines Punkts von einer Geraden ...	217
11.4.5 Abstand zweier paralleler Geraden .....	218
11.4.6 Abstand zweier windschiefer Geraden .....	219
Zusammenfassung .....	220
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	221
Wissens-Check .....	222

<b>12 Beschreibende Statistik .....</b>	<b>224</b>
12.1 Darstellung von Daten .....	224
12.1.1 Topologische Skalen .....	225
12.1.2 Metrisches Merkmal .....	229
12.1.3 Querschnitt- und Längsschnittstudie .....	234
12.1.4 Grafische Manipulationsmöglichkeiten .....	236
12.2 Lagemaße .....	238
12.2.1 Die zentralen Lagemaße .....	238
12.2.2 Die allgemeinen Lagemaße .....	241
12.3 Streuungsmaße .....	243
12.4 Zusammenhang zwischen zwei Merkmalen .....	246
12.4.1 Das Streudiagramm .....	246
12.4.2 Die Kontingenztafel .....	247
Zusammenfassung .....	249
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	250
Wissens-Check .....	251
<b>13 Wahrscheinlichkeiten .....</b>	<b>252</b>
13.1 Zufallsversuch, Ereignis und Wahrscheinlichkeit .....	252
13.2 Methoden zur Ermittlung von Wahrscheinlichkeiten .....	255
13.2.1 Wahrscheinlichkeit als relativer Anteil .....	255
13.2.2 Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit .	257
13.2.3 Wahrscheinlichkeit als subjektives Vertrauen .....	260
13.3 Spezielle Ereignisse .....	261
13.3.1 Unmögliches und sicheres Ereignis .....	261
13.3.2 Das Gegenereignis .....	262
13.3.3 Verknüpfung von Ereignissen .....	263
13.3.4 Wettquoten / Chancenverhältnis .....	263
13.4 Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten – Baumdiagramme .....	265
13.4.1 Multiplikationsregel für Versuchsausfälle ..	265
13.4.2 Additionsregel für Versuchsausfälle .....	270
13.5 Bedingte Wahrscheinlichkeit .....	273
13.5.1 Berechnung über die 4-Felder-Tafel .....	273
13.5.2 Stochastische Unabhängigkeit .....	275
13.5.3 Unabhängige und unvereinbare Ereignisse	277
13.5.4 Der Satz von Bayes für 2 Ereignisse .....	278
Zusammenfassung .....	280
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	281
Wissens-Check .....	282

<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	<b>284</b>
----------------------------------	------------