

## 3. Semester – Kompetenzmodul 3

<b>Sicherung der Nachhaltigkeit</b> .....	5	<b>5 Exponential- und Logarithmusfunktionen</b> ....	82
<b>1 Ungleichungen in einer Variablen</b> .....	7	5.1 Exponentialfunktionen .....	82
1.1 Lineare Ungleichungen .....	7	5.1.1 Exponentialfunktionen mit allgemeiner Basis $a$ .....	82
1.2 Ungleichungen mit Fallunterscheidungen .....	12	5.1.2 Die natürliche Exponentialfunktion .....	91
1.2.1 Bruchungleichungen .....	12	5.2 Die Logarithmusfunktion .....	93
1.2.2 Betragsungleichungen .....	15	5.3 Modellierung von Zu- und Abnahmeprozessen .....	95
1.3 Quadratische Ungleichungen .....	16	5.3.1 Lineare Modelle .....	95
Zusammenfassung .....	17	5.3.2 Exponentielle Modelle .....	98
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	18	5.3.3 Beschränkte Modelle .....	105
Wissens-Check .....	19	5.3.4 Logistische Modelle .....	106
		Zusammenfassung .....	108
<b>2 Potenzen, Wurzeln und Logarithmen</b> .....	20	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	109
2.1 Rechnen mit Potenzen .....	20	Wissens-Check .....	110
2.1.1 Potenzen mit natürlichen Exponenten .....	20		
2.1.2 Potenzen mit ganzzahligen Exponenten .....	22		
2.1.3 Potenzen von Binomen .....	25	<b>6 Winkelfunktionen</b> .....	112
2.1.4 Potenzen mit rationalen Exponenten .....	26	6.1 Darstellung der Winkelfunktionen .....	112
2.1.5 Potenzen mit reellen Exponenten .....	29	6.1.1 Das Bogenmaß .....	112
2.2 Logarithmen .....	30	6.1.2 Winkelfunktionen für Winkel über $360^\circ$ .....	114
2.2.1 Logarithmen und einfache Exponentialgleichungen .....	30	6.1.3 Graph und Eigenschaften der Winkelfunktionen .....	115
2.2.2 Rechenregeln für Logarithmen .....	31	6.2 Die allgemeine Sinusfunktion .....	119
Zusammenfassung .....	33	6.2.1 Die Parameter der allgemeinen Funktionsgleichung .....	119
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	34	6.2.2 Harmonische Schwingungen .....	122
Wissens-Check .....	36	Zusammenfassung .....	124
<b>3 Reelle Funktionen</b> .....	38	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	125
3.1 Definition und allgemeine Eigenschaften reeller Funktionen .....	38	Wissens-Check .....	127
3.1.1 Monotonie .....	38		
3.1.2 Globale Extremstellen .....	41	<b>7 Ergänzungen zu Funktionen</b> .....	128
3.1.3 Lokale Extremstellen .....	44	7.1 Der allgemeine Funktionsbegriff .....	128
3.1.4 Symmetrie .....	46	7.1.1 Verallgemeinerung des Funktionsbegriffs .....	128
3.1.5 Periodizität .....	49	7.1.2 Injektive, surjektive und bijektive Funktionen .....	130
3.2 Die Änderungsmaße .....	51	7.2 Verkettung von Funktionen .....	132
3.3 Umkehrfunktionen .....	54	7.3 Funktionen in mehreren Variablen .....	136
Zusammenfassung .....	57	7.4 Funktionale Aspekte von Formeln .....	138
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	58	Zusammenfassung .....	140
Wissens-Check .....	60	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	141
		Wissens-Check .....	142
<b>4 Potenz- und Polynomfunktionen</b> .....	62		
4.1 Potenzfunktionen mit positiven ganzzahligen Exponenten .....	62	<b>8 Folgen</b> .....	144
4.2 Potenzfunktionen mit negativen ganzzahligen Exponenten .....	65	8.1 Definition und Darstellung der Folge .....	144
4.3 Potenzfunktionen mit rationalen Exponenten .....	69	8.1.1 Darstellung der Folge als Funktion .....	144
4.3.1 Eigenschaften der Wurzelfunktion .....	69	8.1.2 Die rekursive Darstellung der Folge .....	146
4.3.2 Lösen von Gleichungen mit Wurzeltermen .....	71	8.2 Eigenschaften von Folgen .....	148
4.4 Polynomfunktionen .....	73	8.2.1 Konstante, positive, negative und alternierende Folgen .....	148
4.4.1 Definition und Eigenschaften der Polynomfunktion .....	73	8.2.2 Beschränkte Folgen .....	149
4.4.2 Die Koeffizienten der Polynomfunktion .....	75	8.2.3 Monotone Folgen .....	150
Zusammenfassung .....	77	8.2.4 Grenzwert von Folgen .....	152
Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	78	8.3 Spezielle Folgen .....	155
Wissens-Check .....	80	8.3.1 Arithmetische Folge als Spezialfall linearer Funktionen .....	155
		8.3.2 Arithmetische Folgen im Geldwesen .....	157
		8.3.3 Geometrische Folge als Spezialfall von Exponentialfunktionen .....	159

8.3.4	Geometrische Folgen im Geldwesen .....	161	Wissens-Check .....	165
	Zusammenfassung .....	163		
	Vermischte Aufgaben zur			
	Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	164		

## 4. Semester – Kompetenzmodul 4

<b>Sicherung der Nachhaltigkeit .....</b>	166	<b>12</b>	<b>Beschreibende Statistik .....</b>	224	
<b>9</b>	<b>Reihen .....</b>	168	12.1	Darstellung von Daten .....	224
9.1	Die Reihe als Summe der Glieder		12.1.1	Topologische Skalen .....	225
	einer Folge.....	168	12.1.2	Metrisches Merkmal .....	229
9.1.1	Summenformel der arithmetischen Reihe...	169	12.1.3	Querschnitt- und Längsschnittstudie .....	234
9.1.2	Summenformel der geometrischen Reihe ..	171	12.1.4	Grafische Manipulationsmöglichkeiten .....	236
9.2	Unendliche Reihen .....	173	12.2	Lagemaße .....	238
9.3	Geometrische Reihen im Geldwesen .....	175	12.2.1	Die zentralen Lagemaße .....	238
	Zusammenfassung .....	179	12.2.2	Die allgemeinen Lagemaße .....	241
	Vermischte Aufgaben zur		12.3	Streuungsmaße .....	243
	Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	180	12.4	Zusammenhang zwischen zwei	
	Wissens-Check .....	181		Merkmals .....	246
<b>10</b>	<b>Vektoren .....</b>	182	12.4.1	Das Streudiagramm .....	246
10.1	Vektoren in $\mathbb{R}^3$ .....	182	12.4.2	Die Kontingenztabelle .....	247
10.1.1	Darstellung und Eigenschaften eines			Zusammenfassung .....	249
	Vektors in $\mathbb{R}^3$ .....	182		Vermischte Aufgaben zur	
10.1.2	Rechenoperationen und Anwendungen			Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	250
	in $\mathbb{R}^3$ .....	185		Wissens-Check .....	251
10.1.3	Skalarprodukt und Winkelmaß in $\mathbb{R}^3$ .....	188	<b>13</b>	<b>Wahrscheinlichkeiten .....</b>	252
10.2	Normalvektoren in $\mathbb{R}^3$ .....	190	13.1	Zufallsversuch, Ereignis und	
10.2.1	Das vektorielle Produkt .....	190		Wahrscheinlichkeit .....	252
10.2.2	Flächeninhalt und Volumen .....	192	13.2	Methoden zur Ermittlung von	
10.3	Vektoren in $\mathbb{R}^n$ .....	195		Wahrscheinlichkeiten .....	255
	Zusammenfassung .....	196	13.2.1	Wahrscheinlichkeit als relativer Anteil .....	255
	Vermischte Aufgaben zur		13.2.2	Wahrscheinlichkeit als relative Häufigkeit ..	257
	Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	198	13.2.3	Wahrscheinlichkeit als subjektives	
	Wissens-Check .....	199		Vertrauen .....	260
<b>11</b>	<b>Analytische Geometrie im Raum .....</b>	200	13.3	Spezielle Ereignisse .....	261
11.1	Geraden im Raum .....	200	13.3.1	Unmögliches und sicheres Ereignis .....	261
11.1.1	Parameterdarstellung einer Geraden in $\mathbb{R}^3$ .....	200	13.3.2	Das Gegenereignis .....	262
11.1.2	Gegenseitige Lage von zwei Geraden in $\mathbb{R}^3$ .....	202	13.3.3	Verknüpfung von Ereignissen .....	263
11.2	Beschreibung von Ebenen im Raum .....	205	13.3.4	Wettquoten / Chancenverhältnis .....	263
11.2.1	Parameterdarstellung einer Ebene in $\mathbb{R}^3$ .....	205	13.4	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten –	
11.2.2	Normalvektordarstellung einer Ebene			Baumdiagramme .....	265
	in $\mathbb{R}^3$ .....	206	13.4.1	Multiplikationsregel für Versuchsausfälle ..	265
11.3	Lagebeziehungen von Ebenen in $\mathbb{R}^3$ .....	208	13.4.2	Additionsregel für Versuchsausfälle .....	270
11.3.1	Lagebeziehungen von Gerade und Ebene ..	208	13.5	Bedingte Wahrscheinlichkeit .....	273
11.3.2	Lagebeziehungen von zwei Ebenen in $\mathbb{R}^3$ .....	208	13.5.1	Berechnung über die 4-Felder-Tafel .....	273
11.3.3	Lagebeziehungen von drei Ebenen in $\mathbb{R}^3$ .....	212	13.5.2	Stochastische Unabhängigkeit .....	275
11.4	Abstandsbeziehungen in $\mathbb{R}^3$ .....	215	13.5.3	Unabhängige und unvereinbare Ereignisse .....	277
11.4.1	Abstand eines Punkts von einer Ebene .....	215	13.5.4	Der Satz von Bayes für 2 Ereignisse .....	278
11.4.2	Abstand einer Ebene von einer parallelen			Zusammenfassung .....	280
	Geraden .....	216		Vermischte Aufgaben zur	
11.4.3	Abstand zweier paralleler Ebenen .....	216		Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	281
11.4.4	Abstand eines Punkts von einer Geraden .....	217		Wissens-Check .....	282
11.4.5	Abstand zweier paralleler Geraden .....	218	<b>Sachwortverzeichnis .....</b>	284	
11.4.6	Abstand zweier windschiefer Geraden .....	219			
	Zusammenfassung .....	220			
	Vermischte Aufgaben zur				
	Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	221			
	Wissens-Check .....	222			