

## 5. Semester – Kompetenzmodul 5

Sicherung der Nachhaltigkeit ..... 5

### 1 Polynomgleichungen höheren Grads ..... 8

- 1.1 Lösungsverfahren für Polynomgleichungen höheren Grads ..... 8
  - 1.1.1 Der Grad einer Polynomgleichung ..... 8
  - 1.1.2 Polynomgleichungen 1. und 2. Grads ..... 9
  - 1.1.3 Polynomgleichungen durch Herausheben lösen ..... 10
  - 1.1.4 Polynomgleichungen durch Faktorisieren lösen ..... 11
  - 1.1.5 Polynomgleichungen 4. Grads durch Substituieren lösen ..... 12
  - 1.1.6 Abspalten von Linearfaktoren und Polynomdivision ..... 13
  - 1.1.7 Polynomgleichungen mithilfe von Technologie lösen ..... 14
- 1.2 Polynomgleichungen und Polynomfunktionen ..... 15
  - Zusammenfassung ..... 16
  - Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung ..... 17
  - Wissens-Check ..... 19

### 2 Grundlagen der Differenzialrechnung ..... 20

- 2.1 Differenzen- und Differenzialquotient ..... 20
  - 2.1.1 Differenzenquotient – mittlere Änderungsrate ..... 20
  - 2.1.2 Differenzenquotient und Sekantenanstieg ... 23
  - 2.1.3 Lokale bzw. momentane Änderungsrate ..... 26
  - 2.1.4 Differenzialquotient und Tangentensteigung 29
- 2.2 Ableitungsfunktionen ..... 33
  - 2.2.1 Grafisches Differenzieren ..... 33
  - 2.2.2 Ableitungsregeln für Potenz- und Polynomfunktionen ..... 37
- 2.2.3 Differenzen- und Differenzialquotient als mittlere und momentane Geschwindigkeit ... 42
- 2.2.4 Höhere Ableitungen ..... 45
- 2.2.5 Funktionen und ihre Ableitungsfunktionen ... 47
- 2.2.6 Anwendung der Ableitungsfunktionen in verschiedenen Kontexten ..... 50
  - Zusammenfassung ..... 52
  - Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung ..... 53
  - Wissens-Check ..... 56

### 3 Untersuchung von Polynomfunktionen ..... 58

- 3.1 Monotonie und Krümmung einer Kurve ..... 58

- 3.1.1 Monotonie und Extremstelle ..... 58
- 3.1.2 Krümmungsverhalten und Wendestelle ..... 61
- 3.2 Charakteristische Kurvenpunkte ..... 63
  - 3.2.1 Lokale Extrempunkte ..... 63
  - 3.2.2 Wendepunkt und Wendetangente ..... 65
  - 3.2.3 Anzahl der charakteristischen Punkte ..... 70
- 3.3 Modellieren von Polynomfunktionen ..... 72
- 3.4 Anwendungen der Kurvenuntersuchung ..... 76
  - 3.4.1 Anwendungen in der Wirtschaft ..... 76
  - 3.4.2 Anwendung bei Bewegungsaufgaben ..... 78
  - 3.4.3 Extremwertaufgaben ..... 79
- Zusammenfassung ..... 83
- Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung ..... 84
- Wissens-Check ..... 86

### 4 Kreis und Kugel ..... 88

- 4.1 Kreis ..... 88
  - 4.1.1 Die Kreisgleichung ..... 88
  - 4.1.2 Lagebeziehungen von Kreis und Gerade ..... 93
  - 4.1.3 Die Gleichung der Kreistangente ..... 99
- 4.2 Kugel ..... 106
  - 4.2.1 Die Gleichung der Kugel ..... 106
  - 4.2.2 Schnittpunkte von Kugel und Gerade ..... 109
  - 4.2.3 Tangentialebene in einem Punkt einer Kugel ..... 110
- Zusammenfassung ..... 111
- Vermischte Aufgaben ..... 112
- Wissens-Check ..... 113

### 5 Kegelschnittslinien ..... 114

- 5.1 Definition und Gleichung der Kegelschnittslinien ..... 114
  - 5.1.1 Die Ellipse ..... 114
  - 5.1.2 Die Hyperbel ..... 119
  - 5.1.3 Die Parabel ..... 124
- 5.2 Lagebeziehungen von Kegelschnitt und Gerade ..... 129
  - 5.2.1 Lagebeziehungen Ellipse – Gerade ..... 129
  - 5.2.2 Lagebeziehungen Hyperbel – Gerade ..... 131
  - 5.2.3 Lagebeziehungen Parabel – Gerade ..... 133
- 5.3 Die Gleichung der Tangenten an eine Kegelschnittslinie ..... 135
  - Zusammenfassung ..... 137
  - Vermischte Aufgaben ..... 138
  - Wissens-Check ..... 139

### 6 Parameterdarstellung von Kurven ..... 140

- 6.1 Kurven in der Ebene ..... 140
  - 6.1.1 Parameterdarstellung einer reellen Funktion ..... 140

<b>6.1.2</b>	Parameterdarstellung der Geraden und einer Strecke .....	141	<b>6.2.1</b>	Die Gerade im Raum .....	148
<b>6.1.3</b>	Parameterdarstellung der Kreislinie .....	141	<b>6.2.2</b>	Die Kreislinie im Raum .....	148
<b>6.1.4</b>	Parameterdarstellung der Ellipse .....	143	<b>6.2.3</b>	Die Schraubenlinie .....	149
<b>6.1.5</b>	Parameterdarstellung der Hyperbel .....	144	<b>6.2.4</b>	Die Spirale im Raum .....	151
<b>6.1.6</b>	Parameterdarstellung der Parabel .....	145		Zusammenfassung .....	152
<b>6.1.7</b>	Variationen der Kreiskurve .....	147		Vermischte Aufgaben .....	153
<b>6.2</b>	Kurven im Raum .....	148		Wissens-Check .....	155

## 6. Semester – Kompetenzmodul 6

Sicherung der Nachhaltigkeit ..... 156



### 7 Erweiterung der Differenzialrechnung

<b>7.1</b>	Stetigkeit und Differenzierbarkeit .....	160
<b>7.1.1</b>	Der Begriff „Stetigkeit“ .....	160
<b>7.1.2</b>	Der Begriff „Differenzierbarkeit“ .....	163
<b>7.2</b>	Ableitungsregeln für weitere Funktionen .....	166
<b>7.2.1</b>	Die Konstantenregel .....	166
<b>7.2.2</b>	Die Ableitung der Wurzelfunktion .....	167
<b>7.2.3</b>	Die Ableitung von Exponentialfunktionen .....	167
<b>7.2.4</b>	Ableitung der Sinus- und Cosinusfunktion .....	169
<b>7.3</b>	Weitere Ableitungsregeln .....	172
<b>7.3.1</b>	Die Produktregel .....	172
<b>7.3.2</b>	Die Quotientenregel .....	175
<b>7.3.3</b>	Die Kettenregel .....	177
<b>7.4</b>	Funktionsuntersuchungen .....	185
<b>7.4.1</b>	Untersuchungen von rationalen Funktionen .....	185
<b>7.4.2</b>	Untersuchungen von Winkelfunktionen .....	191
<b>7.4.3</b>	Untersuchungen von Exponentialfunktionen .....	194
<b>7.4.4</b>	Untersuchungen von Logarithmusfunktionen .....	197
<b>7.5</b>	Anwendungen der Differenzialrechnung .....	199
<b>7.5.1</b>	Anwendungen in der Wirtschaft .....	199
<b>7.5.2</b>	Anwendungen in Naturwissenschaft und Medizin .....	207
	Zusammenfassung .....	212
	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	213
	Wissens-Check .....	215



### 8 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen

<b>8.1</b>	Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten .....	218
<b>8.2</b>	Zufallsvariable und deren Verteilung .....	221
<b>8.2.1</b>	Der Begriff „Zufallsvariable“ .....	221
<b>8.2.2</b>	„Diskrete“ und „stetige“ Zufallsvariablen .....	223
<b>8.2.3</b>	Wahrscheinlichkeitsfunktion von diskreten Zufallsvariablen .....	226

<b>8.2.4</b>	Verteilungsfunktion von diskreten Zufallsvariablen .....	229
<b>8.3</b>	Der Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariablen .....	233
<b>8.4</b>	Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen .....	236
<b>8.5</b>	Stichprobenziehung mit und ohne Zurücklegen .....	240
<b>8.6</b>	Fakultät und Binomialkoeffizienten .....	242
<b>8.7</b>	Die Binomialverteilung .....	245
<b>8.7.1</b>	Definition der Binomialverteilung .....	245
<b>8.7.2</b>	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten der Form $P(X \leq k)$ und $P(X \geq k)$ .....	248
<b>8.7.3</b>	Erwartungswert und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen .....	251
	Zusammenfassung .....	254
	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung .....	256
	Wissens-Check .....	257



### 9 Komplexe Zahlen

<b>9.1</b>	Erweiterung des reellen Zahlenbereichs .....	258
<b>9.1.1</b>	Imaginäre Zahlen .....	258
<b>9.1.2</b>	Komplexe Zahlen .....	260
<b>9.1.3</b>	Gleichungen lösen in der Menge der komplexen Zahlen .....	261
<b>9.2</b>	Darstellung der komplexen Zahlen .....	263
<b>9.2.1</b>	Punkt und Zeiger in der Gauß'schen Zahlenebene .....	263
<b>9.2.2</b>	Polarform der komplexen Zahlen .....	265
<b>9.3</b>	Rechnen mit komplexen Zahlen .....	266
<b>9.3.1</b>	Addition und Subtraktion von komplexen Zahlen .....	266
<b>9.3.2</b>	Multiplikation und Division von komplexen Zahlen in Komponentenform .....	267
<b>9.3.3</b>	Multiplikation und Division von komplexen Zahlen in Polarform .....	269
<b>9.3.4</b>	Potenzen und Wurzeln von komplexen Zahlen .....	270
	Zusammenfassung .....	271
	Vermischte Aufgaben .....	272
	Wissens-Check .....	273

Sachwortverzeichnis ..... 274