

5. Semester – Kompetenzmodul 5

Sicherung der Nachhaltigkeit 5

1 Polynomgleichungen höheren Grads 8

- 1.1 Lösungsverfahren für Polynomgleichungen höheren Grads 8
 - 1.1.1 Der Grad einer Polynomgleichung 8
 - 1.1.2 Polynomgleichungen 1. und 2. Grads 9
 - 1.1.3 Polynomgleichungen durch Herausheben lösen 10
 - 1.1.4 Polynomgleichungen durch Faktorisieren lösen 11
 - 1.1.5 Polynomgleichungen 4. Grads durch Substituieren lösen 12
 - 1.1.6 Abspalten von Linearfaktoren und Polynomdivision 13
 - 1.1.7 Polynomgleichungen mithilfe von Technologie lösen 14
- 1.2 Polynomgleichungen und Polynomfunktionen 15
 - Zusammenfassung 16
 - Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung 17
 - Wissens-Check 19

2 Grundlagen der Differenzialrechnung 20

- 2.1 Differenzen- und Differenzialquotient 20
 - 2.1.1 Differenzenquotient – mittlere Änderungsrate 20
 - 2.1.2 Differenzenquotient und Sekantenanstieg ... 23
 - 2.1.3 Lokale bzw. momentane Änderungsrate 26
 - 2.1.4 Differenzialquotient und Tangentensteigung 29
- 2.2 Ableitungsfunktionen 33
 - 2.2.1 Grafisches Differenzieren 33
 - 2.2.2 Ableitungsregeln für Potenz- und Polynomfunktionen 37
- 2.2.3 Differenzen- und Differenzialquotient als mittlere und momentane Geschwindigkeit ... 42
- 2.2.4 Höhere Ableitungen 45
- 2.2.5 Funktionen und ihre Ableitungsfunktionen ... 47
- 2.2.6 Anwendung der Ableitungsfunktionen in verschiedenen Kontexten 50
 - Zusammenfassung 52
 - Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung 53
 - Wissens-Check 56

3 Untersuchung von Polynomfunktionen 58

- 3.1 Monotonie und Krümmung einer Kurve 58

- 3.1.1 Monotonie und Extremstelle 58
- 3.1.2 Krümmungsverhalten und Wendestelle 61
- 3.2 Charakteristische Kurvenpunkte 63
 - 3.2.1 Lokale Extrempunkte 63
 - 3.2.2 Wendepunkt und Wendetangente 65
 - 3.2.3 Anzahl der charakteristischen Punkte 70
- 3.3 Modellieren von Polynomfunktionen 72
- 3.4 Anwendungen der Kurvenuntersuchung 76
 - 3.4.1 Anwendungen in der Wirtschaft 76
 - 3.4.2 Anwendung bei Bewegungsaufgaben 78
 - 3.4.3 Extremwertaufgaben 79
- Zusammenfassung 83
- Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung 84
- Wissens-Check 86

4 Kreis und Kugel 88

- 4.1 Kreis 88
 - 4.1.1 Die Kreisgleichung 88
 - 4.1.2 Lagebeziehungen von Kreis und Gerade 93
 - 4.1.3 Die Gleichung der Kreistangente 99
- 4.2 Kugel 106
 - 4.2.1 Die Gleichung der Kugel 106
 - 4.2.2 Schnittpunkte von Kugel und Gerade 109
 - 4.2.3 Tangentialebene in einem Punkt einer Kugel 110
- Zusammenfassung 111
- Vermischte Aufgaben 112
- Wissens-Check 113

5 Kegelschnittlinien 114

- 5.1 Definition und Gleichung der Kegelschnittlinien 114
 - 5.1.1 Die Ellipse 114
 - 5.1.2 Die Hyperbel 119
 - 5.1.3 Die Parabel 124
- 5.2 Lagebeziehungen von Kegelschnitt und Gerade 129
 - 5.2.1 Lagebeziehungen Ellipse – Gerade 129
 - 5.2.2 Lagebeziehungen Hyperbel – Gerade 131
 - 5.2.3 Lagebeziehungen Parabel – Gerade 133
- 5.3 Die Gleichung der Tangenten an eine Kegelschnittlinie 135
 - Zusammenfassung 137
 - Vermischte Aufgaben 138
 - Wissens-Check 139

6 Parameterdarstellung von Kurven 140

- 6.1 Kurven in der Ebene 140
 - 6.1.1 Parameterdarstellung einer reellen Funktion 140

6.1.2	Parameterdarstellung der Geraden und einer Strecke	141	6.2.1	Die Gerade im Raum	148
6.1.3	Parameterdarstellung der Kreislinie	141	6.2.2	Die Kreislinie im Raum	148
6.1.4	Parameterdarstellung der Ellipse	143	6.2.3	Die Schraubenlinie	149
6.1.5	Parameterdarstellung der Hyperbel	144	6.2.4	Die Spirale im Raum	151
6.1.6	Parameterdarstellung der Parabel	145		Zusammenfassung	152
6.1.7	Variationen der Kreiskurve	147		Vermischte Aufgaben	153
6.2	Kurven im Raum	148		Wissens-Check	155

6. Semester – Kompetenzmodul 6

Sicherung der Nachhaltigkeit 156



7 Erweiterung der Differenzialrechnung

7.1	Stetigkeit und Differenzierbarkeit	160
7.1.1	Der Begriff „Stetigkeit“	160
7.1.2	Der Begriff „Differenzierbarkeit“	163
7.2	Ableitungsregeln für weitere Funktionen	166
7.2.1	Die Konstantenregel	166
7.2.2	Die Ableitung der Wurzelfunktion	167
7.2.3	Die Ableitung von Exponentialfunktionen	167
7.2.4	Ableitung der Sinus- und Cosinusfunktion	169
7.3	Weitere Ableitungsregeln	172
7.3.1	Die Produktregel	172
7.3.2	Die Quotientenregel	175
7.3.3	Die Kettenregel	177
7.4	Funktionsuntersuchungen	185
7.4.1	Untersuchungen von rationalen Funktionen	185
7.4.2	Untersuchungen von Winkelfunktionen	191
7.4.3	Untersuchungen von Exponentialfunktionen	194
7.4.4	Untersuchungen von Logarithmusfunktionen	197
7.5	Anwendungen der Differenzialrechnung	199
7.5.1	Anwendungen in der Wirtschaft	199
7.5.2	Anwendungen in Naturwissenschaft und Medizin	207
	Zusammenfassung	212
	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung	213
	Wissens-Check	215



8 Diskrete Wahrscheinlichkeitsverteilungen

8.1	Relative Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten	218
8.2	Zufallsvariable und deren Verteilung	221
8.2.1	Der Begriff „Zufallsvariable“	221
8.2.2	„Diskrete“ und „stetige“ Zufallsvariablen	223
8.2.3	Wahrscheinlichkeitsfunktion von diskreten Zufallsvariablen	226

8.2.4	Verteilungsfunktion von diskreten Zufallsvariablen	229
8.3	Der Erwartungswert einer diskreten Zufallsvariablen	233
8.4	Varianz und Standardabweichung einer diskreten Zufallsvariablen	236
8.5	Stichprobenziehung mit und ohne Zurücklegen	240
8.6	Fakultät und Binomialkoeffizienten	242
8.7	Die Binomialverteilung	245
8.7.1	Definition der Binomialverteilung	245
8.7.2	Berechnung von Wahrscheinlichkeiten der Form $P(X \leq k)$ und $P(X \geq k)$	248
8.7.3	Erwartungswert und Standardabweichung binomialverteilter Zufallsgrößen	251
	Zusammenfassung	254
	Vermischte Aufgaben zur Vorbereitung auf die Reifeprüfung	256
	Wissens-Check	257



9 Komplexe Zahlen

9.1	Erweiterung des reellen Zahlenbereichs	258
9.1.1	Imaginäre Zahlen	258
9.1.2	Komplexe Zahlen	260
9.1.3	Gleichungen lösen in der Menge der komplexen Zahlen	261
9.2	Darstellung der komplexen Zahlen	263
9.2.1	Punkt und Zeiger in der Gauß'schen Zahlenebene	263
9.2.2	Polarform der komplexen Zahlen	265
9.3	Rechnen mit komplexen Zahlen	266
9.3.1	Addition und Subtraktion von komplexen Zahlen	266
9.3.2	Multiplikation und Division von komplexen Zahlen in Komponentenform	267
9.3.3	Multiplikation und Division von komplexen Zahlen in Polarform	269
9.3.4	Potenzen und Wurzeln von komplexen Zahlen	270
	Zusammenfassung	271
	Vermischte Aufgaben	272
	Wissens-Check	273

Sachwortverzeichnis 274